数学嫌い

池田　隆

オミクロン株で年が明けた。なぜデルタ(δ)の次がオミクロン(ο)なのだろう。イプシロン(ε)ではないのか。ギリシャ文字を数学や理科の授業で覚え、やや偉くなった気分になった高校二年のとき、数学のO先生が微分学の基礎となる極限値の講義を「ε-δ論法」で行い始めた。高校の教科書や参考書では極限値を「無限に小さく」とか「無限に近付けた場合」という風に説明しているが、数学本来の論理的思考と厳密性に欠けているので、次のように定義すべきという。

「任意のεに対し適当なδを選び、$|x-a|<\delta$ で $|f(x)-L|<\varepsilon$ となれば f(x) の極限値が L である」

聴いている凡才にはチンプンカンプン、「適当」とか「任意」という語句も気軽に使ってはならないことや、εとδというギリシャ文字の響きだけが強く頭に残った。

数学といえば公式を覚え、計算ミスを無くし、最後の答えのみで採点されがちである。O先生は式の論理的過程を重視し、最後の答えがケアレスミスで違っていても大目にみてくれた。この意図はまことに正しい。しかし公理前提の教育法では「数学が苦手」という生徒や、「数学嫌い」を増やすだろう。

昨今のインドの躍進は目覚ましい。ゼロを考え出した国民だ。ＩＴ社会となり、数学的論理思考のレベルの高さが発揮されている。わが国の将来も「数学嫌い」を如何に減らすかで決まるだろう。計算はコンピューターが正確に行う。算盤上手や暗算得意よりも数学本来の論理思考に優れた人材の育成が最大の課題となる。

今までの教育法は数学を天与として、物理則などを演繹的に導いてきた。それでは最初の段階で「数学嫌い」にしてしまう。人類の科学的知見の発展経緯を振り返ると、まず現象観察から定量的データを得て、帰納的に数学的知見に辿り着いたケースが多い。極限値の概念も天体観測、運動方程式、微分的思考を経て考え出された。教育法も人類の知見獲得の経緯順序に合わせ、それを短時間に縮めて教える方法を工夫してはどうか。

＜後記１＞

本文は企業 OB ペンクラブの「何でも書こう会」で発表した８００字エッセイであるが、それに対し同会の会員で現役の数学高校教師をされている Y さんより貴重なコメントを頂いた。その要点を抜き書きする。

「昭和の数学教育は、工業化におくれをとるまいととにかくすべての生徒に微分積分の計算をマスターさせよということで、つっぱしってきたのではないかと思います。そして文科系の大学入試でも数学は必要だったと思います。しかし、生徒獲得のために多くの私学の文科系が入試で数学を不要にしてきたことが大きな問題だと思います。

池田さんの世代の数学嫌いと現在のとは少し違うかなと思いました。池田さんの世代の数学の授業はレベルが高すぎたので嫌いになられたのではないかと思います。現在の数学嫌いは、数学をやらなくていい高校生が圧倒的に多いため、すなわちやらなくてもいいから嫌いなのだというのが私の仮説です。」

＜後記２＞

当初の原稿を Y さんと数学者の I さんに見せたところ、ε-δ論法におけるεとδの表記の順番が逆であると両者より指摘を受けた。私の理解不足だった。訂正のうえ今度は本当に理解できているか否かを確かめようと、下記のたとえ話を作り、I さんに見て貰い OK を得た。

「船に超音波測深計と GPS を積んで海底調査に出掛けましょう。 x を GPS で測った船の位置、f(x)をその位置で測深計を用いて実測した海底の深さとします。深さ L の箇所が有るか否か、有ればその位置を調べます。最初は測深計の感度を鈍く（任意にε大）して L に凡そ近づいたら（ $|f(x)-L|<\varepsilon$のとき）、音が出るようにセットします。船を動かし、音が出始めたらその範囲（a-δ～a＋δ）を特定し（適当なδを選ぶ）、つぎに測深計の感度を上げ（任意にε小さく）、その特定した範囲の中で音の出る範囲を縮めていきます。その操作を何度か繰り返し、ある位置(またはある範囲)より少しでも動かせば音が消える a 点(または範囲)を見つけ出します。そこでは深さがLになっています。稀に a 点で測深計が急に作動しなくなることがあります。海底火山の空洞火口の真上にでも来たのでしょう。特異点です。そのようなケースもあるので、数学では L を f(x)の極限値と呼びます。なお海底が断層で垂直な崖になっている場合なども L を特定できず、崖の上の方から近づいた場合と崖の下の方から近づいた場合でその極限値が異なる場合（不連続）も出てきます。」